宇宙の大構造に関する話題と今後の展望*

阪大理 宇宙進化 D1
長島 雅裕†

1 はじめに

「宇宙の大構造 (The Large-Scale Structure of the Universe; 以下 LSS)」は、宇宙における構造形成問題や観測的宇宙論とも密接に関わり、宇宙物理に於ける重要な一分野であると言えよう。特に、CfA サーベイ [1] による有名な銀河の 3 次元分布の図などから「泡構造」や「蜂の巣構造」などとも呼ばれるような、銀河団スケールを越える (数十 $\sim$ 百数十 Mpc) 広い領域にわたって緩和どころか重力的に束縛すらされていない構造が存在することが明らかになってきた。また HST[2] や KECK 望遠鏡により高分解能の観測データが得られ、遠方 (宇宙初期) での銀河の形成時期の様子が直接見られるようになりつつある。さらに今後は日本のすばる望遠鏡や、SDSS (Sloan Digital Sky Servey[3]) 計画 (§4) により多くの発展が期待される分野でもある。

さて、一口に LSS といっても、その内容は非常に多彩であるが、大雑把に言って次の 2 つの分野に大別できよう。即ち、銀河や銀河団なども含めた構造形成にかかわる問題と、観測から密度パラメータ Ω や宇宙項 Λ などの宇宙論パラメータに対する制限を求める問題である。第 3 章で述べるが、前者については密度揺らぎがどのように成長し、天体や物質分布のパターンを形成していくか、ということが基本になり、後者については宇宙論パラメータに敏感でかつ観測可能な量を如何に引き出すか、ということが問われることになる。

そこで、本稿では、§2 でまず LSS の解析に関する基本的な事柄を述べた後、§3 で構造形成問題に関する最近のトピックを、そして §4 で観測的宇宙論に関するトピックを述べる。□

2 LSS を理解するための基礎

この章では、密度揺らぎの成長則と、その統計分布から得られることを、もっとも簡単な場合 (揺らぎの大きさが十分小さく、random Gaussian 分布をしている場合) について解析的に与える‡ 。

さて、普通は密度 $\rho(\mathbf{x},t)$ をそのまま扱うのではなく、$\delta(\mathbf{x},t)=(\rho(\mathbf{x},t)-\bar{\rho}(t))/\bar{\rho}(t)$ とした量、即ち密度の平均からのずれ (density contrast) を扱う (銀河の分布ではなく、質量分布であることに注意)。標準的なモデルでは、初期には δ は十分小さく ($\ll 1$)、random Gaussian 分布に従うとされる (後述)。このとき、ある一点を見たときの確率分布関数は

$$p(\delta)d\delta=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right\}d\delta \tag{1}$$

とかける。ここで σ は標準偏差 $\sqrt{\langle\delta^2\rangle}$ である。$\langle\ \rangle$ は本来は宇宙の ensemble 平均であるが、以降はエルゴード性を仮定して空間平均で置き換えるものとする。なお時間が経つにつれ、分布は重力不安定により Gauss 分布からずれてくる。

次にこの揺らぎが時間に対してどのように成長していくかを見る。膨張宇宙での流体力学の連続の式、Euler 方程式、Poisson 方程式から、次のような式が得られる。

$$\dot{\delta}+\frac{1}{a}\nabla\cdot\{(1+\delta)\mathbf{v}\}=0 \tag{2}$$

*相対論宇宙論分科会の松原氏の資料も参照して下さい。
†E-mail: masa@vega.ess.sci.osaka-u.ac.jp
‡ ここら辺の話は、教科書 [4] を参照して下さい。

$$\dot{\mathbf{v}} + \frac{1}{a}(\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v} + \frac{\dot{a}}{a}\mathbf{v} = \frac{1}{\rho a}\nabla p - \frac{1}{a}\nabla\phi \tag{3}$$

$$\nabla^2\phi = 4\pi G\bar{\rho}a^2\delta \tag{4}$$

ここで $\dot{}$ は時間についての偏微分、a はスケールファクター、$\mathbf{v}$ は $a\dot{\mathbf{x}}$、p, ϕ は圧力と重力ポテンシャルである。このままでは解くのが難しいので、圧力を無視し、$\delta, \mathbf{v}$ は小さいとして一次の項のみを残すと (線型化)、δ の時間発展は

$$\ddot{\delta} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\delta} - 4\pi G\bar{\rho}\delta = 0 \tag{5}$$

と書ける。これから、$\Omega = 1,\ \Lambda = 0$ (Einstein-de Sitter 宇宙) で物質優勢の宇宙 ($a \propto t^{2/3}$) では、時間とともに増大する項は $\delta(t) \propto t^{2/3} \propto a(t)$ とスケールファクターに比例することがわかる。実際には揺らぎが成長するにつれ $\delta \ll 1$ という近似が悪くなり、2 次以上の項も考慮する必要がある (線形段階から非線形段階へ)。密度揺らぎの非線形成長に関する問題は非常に複雑であり、現在でもさかんに研究されているが、もっとも対称性の高い場合として、Einstein-de Sitter 宇宙で揺らぎが球対称にある時を考える [5]。中心から距離 r 内の質量を $M(\leq r)$ とすると、運動方程式は

$$\ddot{r} = -\frac{GM(\leq r)}{r} \tag{6}$$

とかけるが、この解はよく知られているようにサイクロイド曲線

$$r = \frac{GM(\leq r)}{C}(1-\cos\theta), \quad t = \frac{GM(\leq r)}{C^{3/2}}(\theta - \sin\theta) \tag{7}$$

を描く。ここから密度を計算すると、十分初期 ($\theta \ll 1$) では上の結果を再現する事がわかる。さらに、最大膨張 (maximum expansion) のとき ($\theta = \pi$)、$\delta \cong 4.5$、崩壊 (collapse) するとき ($\theta = 2\pi$)$\delta \cong 177$ となることがわかる。一方、このときの揺らぎの線形項 (a に比例する項) $\delta_{\rm linear}$ は、それぞれ $1.06,\ 1.69(\equiv \delta_c)$ であることがわかる。したがって、ある redshift z より以前に collapse する天体を見いだす確率は、(1) 式において、δ_c 以上で積分してやればよい。

次に、揺らぎの統計的側面を見てみよう。まず、我々が興味あるのは無限小の領域での揺らぎの大きさではなく、銀河や銀河団などに相当する広がりをもった領域で平均化された揺らぎの大きさであることに注意する。従って、ある領域の中で揺らぎを " 均す (smoothing) " という操作をする。

$$\delta_M(\mathbf{x}) = \int_M W(\mathbf{x}'-\mathbf{x})\delta(\mathbf{x}')d\mathbf{x}' \tag{8}$$

ここで M は興味あるスケールの質量であり、この質量に相当する領域内で平均化することを示す。$W_M(\mathbf{x})$ は window 関数であり、領域 M 内で積分したとき 1 になるように規格化されている。具体的には top-hat 型

$$W_M(x) \propto \begin{cases} \bar{\rho}/M, & x \leq x_M \\ 0, & x > x_M \end{cases} \tag{9}$$

や Gauss 型

$$W_M(x) \propto \exp\left(-\frac{x^2}{x_M^2}\right) \tag{10}$$

がよく使われる。ここで $x = |\mathbf{x}|\ ,\ x_M = (3M/4\pi\bar{\rho})^{1/3}$。

次に、Fourier 変換して各波長毎の解析を出来るようにする。このとき

$$\delta_{\mathbf{k}} = |\delta_{\mathbf{k}}|e^{\phi_{\mathbf{k}}} = \int \delta(\mathbf{x})\exp\{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}\}d\mathbf{k} \tag{11}$$

$$\delta_M(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int \tilde{W}_M(\mathbf{x})\delta_{\mathbf{k}}\exp\{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}\}d\mathbf{k} \tag{12}$$

となる。ここで $\tilde{W}$ は window 関数 W の Fourier 変換である。ここでパワースペクトルを各波数毎の振幅の自乗

$$P(\mathbf{k}) \equiv \langle|\delta_{\mathbf{k}}|^2\rangle \tag{13}$$

として定義する。次に実空間での質量分布の 2 体相関関数を

$$\xi(\mathbf{r}) \equiv \langle \delta(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x}+\mathbf{r})\rangle_{\mathbf{x}} \tag{14}$$

と定義すると、これは

$$\xi(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int \tilde{W}^2(\mathbf{k})P(\mathbf{k})\exp\{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}\}d\mathbf{k} \tag{15}$$

と書け、2 体相関関数とパワースペクトルは互いに Fourier 変換の関係にあることがわかる。

ところで random Gaussian 分布では、Fourier モードの分布は次の様に書ける [6]、

$$p(|\delta_{\mathbf{k}}|,\phi_{\mathbf{k}})d|\delta_{\mathbf{k}}|d\phi_{\mathbf{k}} = \frac{2|\delta_{\mathbf{k}}|}{P(k)}\exp\left\{-\frac{|\delta_{\mathbf{k}}|^2}{P(k)}\right\}d|\delta_{\mathbf{k}}|\frac{d\phi_{\mathbf{k}}}{2\pi} \tag{16}$$

従って、パワースペクトル $P(k)$ を決めれば、分布は完全に決定されることになる。

さて、ここでパワースペクトルが $P(k) \propto k^n$ と k のベキで表されている場合を考えよう (なお、以降は宇宙の一様等方性を仮定し、$P(k)$ は $\mathbf{k}$ の大きさのみに、$\xi(r)$ は $\mathbf{r}$ の大きさのみによるとする)。このとき、$\xi(r) \propto r^{-(n+3)}$ と書けることが (15) より容易にわかる。なお銀河同士の 2 体相関は、観測から $\xi_{gg}(r) \simeq (r/r_0)^{-1.8}$ $(r_0 \sim 5h^{-1}\mathrm{Mpc})$ であることがわかっており、宇宙モデルに対する重要な制限を与えている。*

なお観測から得られるのは銀河の個数分布に関するものであり、個数分布と実際の質量分布が必ずしも一致するものではないことに注意しなければならない。よくやられるのは揺らぎの振幅が単純な比例関係にあるというもので、

$$\delta_{\mathrm{galaxy}} \equiv \frac{n(\mathbf{x})-\bar{n}}{\bar{n}} = b\delta_{\mathrm{mass}} \tag{17}$$

としてバイアスパラメータ b を導入して関係づけるものである。ここで $n(\mathbf{x}), \bar{n}$ はそれぞれ位置 $\mathbf{x}$ での銀河の個数密度及び平均個数密度、δ_{galaxy}, δ_{mass} はそれぞれ銀河の個数分布の揺らぎ、質量分布の揺らぎである。これを用いると、銀河の 2 体相関関数 $\xi_{gg}(r)$ は質量分布の 2 体相関関数と次の関係にあることがわかる、

$$\xi_{gg}(r) \equiv \frac{1}{\bar{n}^2}\langle (n(\mathbf{x})-\bar{n})(n(\mathbf{x}+\mathbf{r})-\bar{n})\rangle_{\mathbf{x},r=|\mathbf{r}|} = b^2\langle \delta(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x}+\mathbf{r})\rangle_{\mathbf{x},r=|\mathbf{r}|} \tag{18}$$

CDM の場合は *COBE* による宇宙背景輻射の観測や二つの銀河同士の速度分散 (pairwise velocity dispersion) の 観測値などから $b = 1.5 \sim 2.5$ 程度と考えられている。

次に Press & Schechter[8] に従って、質量関数 (質量毎の天体の個数密度) を求めてみる。先に述べたように、(1) 式の積分

$$f(\geq \delta_c, M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(M)}\int_{\delta_c}^{\infty}\exp\left\{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2(M)}\right\}d\delta \tag{19}$$

は M 以上の天体を見いだす確率を示す。従って、これを M で微分してやれば、丁度質量 M の天体を見いだす確率になる。一方、質量 M の天体の占める領域は $M/\bar{\rho}$ であるから、結局個数密度は

$$n(M)dM = -2\frac{\bar{\rho}}{M}\frac{\partial f(\geq \delta_c, M)}{\partial M}dM \tag{20}$$

と書けることになる。ここで 2 倍しているのは上の考察では δ が正の領域しか考慮していないためで、Gauss 分布であるなら負の領域も同じ割合だけあるからである (尤もこれに関しては色々議論がなされている [9])。さらに最近では異なる時刻での相関を考え、天体の形成史を求めることもなされている [10]。†

3 構造形成にかかわる最近の話題

3.1 密度揺らぎの非線形成長

さて、いままでは揺らぎが非常に小さいとき或いは球対称にあるとの近似のもとに話をすすめてきたが、当然世の中球対称だけではないし、時間が経てば揺らぎは大きくなるわけで、一般的にどのように揺らぎが重

* このベキの値の由来は、標準的な CDM スペクトルでは銀河団 ~ 銀河にかけてのスケールでベキが大体 $-1 \sim -2$ であることに依っていると考えられるが、一方で初期揺らぎのスペクトルのベキが $0 \sim 1$ 程度だと非線形成長の結果 -2 程度になる、という議論もある [7]。

† なお、ここで求めた質量関数は、あくまでも「重力的に束縛された」天体の個数密度であり、例えば銀河団中の銀河は考慮されていないことに注意。

力により進化していくかを解くことが問題になる。一つの方法としては数値シミュレーションがある。最近は hot+cold dark matter モデルの計算などが話題になっているようであるが、ここでは省略する [11]。

解析的な取り扱いで線形近似が成り立たなくなるような状況を考える際のアプローチとしては、大きく分けて流体の式の近似の精度を上げていく方法と、そもそも流体近似ではなく、位置と速度についての分布関数に戻って解く方法に分かれる。

前者についての代表的な方法は、Zel'dovich 近似 [12][4] と呼ばれるもので、初期の位置 $\mathbf{q}$ とその後の位置 $\mathbf{x}$ との間を $\mathbf{x} = \mathbf{q} + D(t)\nabla\phi(\mathbf{q})$ という式で関係づけるものである ($\nabla\phi$ が速度に対応する)。これは $\mathbf{x}$ と $\mathbf{q}$ が 1 対 1 の関係で結ばれている、即ち 2 つの粒子の位置が入れ替わらないような状況では良い近似になっている。最近ではさらに高次の近似法が議論されている [13]。[‡]

また、Zel'dovich 近似を応用して天体が獲得する角運動量を求めることも行われている [16]。

後者については、N 個の粒子の位置と運動量の、6N 次元空間での分布関数 $f^{(N)}(\mathbf{x}_i, \mathbf{p}_i, t)$ $(i = 1, \ldots, N)$ に対する Liouville 方程式 $df^{(N)}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t)/dt = 0$ から出発し、BBGKY 方程式系を解くという方法がしばしばなされる ([7] など)。上記の式を、$i = 2, \cdots, N$ について積分してやると、1 点分布関数

$$f^{(1)}(\mathbf{x}_1, \mathbf{v}_1, t) = \int f^{(N)} d\Gamma^{N-1}, \qquad d\Gamma^{N-1} \equiv d\mathbf{x}_2 \cdots d\mathbf{x}_N d\mathbf{v}_2 \cdots d\mathbf{v}_N \tag{21}$$

を得るが、このとき Liouville 方程式は

$$\frac{\partial f^{(1)}}{\partial t} + \mathbf{v}_1 \cdot \frac{\partial f^{(1)}}{\partial \mathbf{x}_1} - \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}_1}\frac{\partial f^{(1)}}{\partial \mathbf{v}_1} = -(N-1)Gm \int \frac{\partial g}{\partial \mathbf{v}_1} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_2}\frac{1}{|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|} d\mathbf{x}_2 d\mathbf{v}_2 \tag{22}$$

$$g = g(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, t) = f^{(2)}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, t) - f^{(1)}(\mathbf{x}_1, \mathbf{v}_1, t) f^{(1)}(\mathbf{x}_2, \mathbf{v}_2, t) \tag{23}$$

と書け (Φ は重力ポテンシャル)、1 点分布関数の時間発展に対して 2 点関数が source term として入ってくる形になる。この定式化では、一般に N 点関数を得るためには N+1 点関数を知らなければならないが、適当な近似をしてこの連鎖を打ち切り、分布関数の時間発展を得る。[§] これは非線形段階でも正しい式なので強力であるが、その分複雑であり、解析的には殆ど線形段階と強非線形段階という極端な状況のもとでのみが考察されている。

3.2 銀河形成に向けて

さて、銀河の形成を考える場合には、ガスのダイナミクスや星形成過程、銀河相互作用、化学進化、銀河団の形成・進化に伴う環境効果などの多くの物理過程を考えることが必要になる。しかし、hierarchical clustering モデルでは、銀河のハローの形成と、そのハロー中でのガスの進化とは、近似的に分離して考えることができるので、cosmological な揺らぎの進化としてのハローの形成と、あるポテンシャル中でのガスの振る舞い (星形成) をある程度独立して取り扱える。詳細はここでは省くが、LSS との関連では、特にダークハローの形成史 (小さいハローが合体して銀河や銀河団サイズのハローが出来るまでの履歴) の解析が重要であろう。というのも、現実の銀河は一個のガスの進化を追えば良いというものではなく、おそらく小さい銀河 (既に星が出来ている) 同士の合体を含む、星の形成史が重要な役割を果たしていると考えられているからである。そのため、星 + ガスの系の「器」としてのダークハローの形成史を追うことが、重要になる。また、これは現状では他の物理過程に比べ、最も理論的不確定性が小さいとも考えられる。実際の履歴の解析には、現在の所は §2 で述べた Press-Schechter 形式の拡張 (ある時刻でのハローの progenitor を確率的に求める) や、揺らぎの大きさを Monte Carlo で確率的に発生させるという方法が用いられている [17]。さらに出来たハローの中でのガスの振る舞いを簡単に考慮し、適当な星形成の条件を設けて、銀河の光度関数などの観測される統計量を計算するということもなされている [18]。

[‡] 他にも、オーソドックスに流体の式から 2 次、3 次と摂動を計算する方法 [14] や、粒子の入れ替えが起こっても良く成り立つカタストロフィー理論 [15] などがある。

[§] よくなされるのは 3 体相関関数が 2 体相関関数の積で書けるという近似。random Gaussian 分布なら、すでに述べたように正しいが、実際は非線形成長のため random Gaussian からずれてくる。

4　観測的宇宙論へ

この分野の最大の話題は、なんといっても SDSS 計画であろう。この計画は、北銀極を中心に全天の約 1/4 の領域を、約 19 等までの銀河 100 万個と、20 等までのクェーサー 10 万個を分光観測するものであり、奥行きにして CfA サーベイの約 5 倍、$z \sim 0.2$ までの銀河の 3 次元マップが出来上がる。QSO の吸収線系から得られるデータも飛躍的に増大し、high redshift での IGM (銀河間物質) の状態から、銀河の形成に関する情報も多く引き出せると期待されている。また、これだけ広い領域が与えられると、かなり大きな smoothing をかけることができ、大きなスケールではまだ密度揺らぎは線形段階に近い状態にあると考えられるので、観測データを揺らぎの線形理論やその摂動で扱うことができ、難しい非線形領域を考えなくてよくなり解析がし易くなる、というメリットもある。

さて、注意すべき事は、この 3 次元マップは、奥行き方向は赤方偏移 (後退速度) で測られていることである。ところが各銀河はそれぞれ固有速度 (peculiar velocity) を持っており、Hubble 膨張に加えて視線方向の固有速度も赤方偏移に反映されてしまう ($v_{\rm obs} = Hr + v_{\parallel {\rm peculiar}}$)。従って、実際の分布とは異なって見える (redshift distorion[19])。これから銀河団になるような領域では、多くの銀河が中心に向かって降ってくるが、これを眺めると我々に近い方は遠くに向かって落ち込むため見かけ上遠くに見え、遠い方は我々の方に向かっているため近く見える。従って、得られたマップは実際よりも奥行き方向に潰れて見えることになる (Kaiser effect)。一方既に virialize したような系では、銀河団内部では個々の銀河はランダムに運動しており、我々に近い方でも我々に近づく方向に運動するものもあり、また遠い方でも遠ざかる方向に運動する銀河がある。従って、この銀河団は見かけ上は奥行き方向に伸びて見えることになる (finger-of-God effect)。

これを逆手にとって、宇宙論パラメータに制限をつける試みが最近なされている [20]。この「歪み」の原因は重力が引き起こした銀河の固有速度によるものであるので、宇宙論モデルを決めれば実際の位置に視線方向の固有速度を加えた空間 (つまり実際に観測されている「redshift 空間」) 上でのパワースペクトルが求まるので、これを観測量と比べてやることによって、パラメータを決めてやろう、というのである。

また視線方向の速度分布から 3 次元速度分布を推定し、密度分布との関係をみることで Ω と b を決める POTENT[21] と呼ばれる手法や、genus 統計と呼ばれる、銀河の等密度面の「穴」の数を数えることによってパラメータを決める、というトポロジー的手法も開発されている [22]。

さらに、観測で得られた銀河や銀河団分布のパワースペクトルから、非線形成長の度合いを考慮して、逆に初期のスペクトルを推定し、宇宙論パラメータを決める、ということもされている [23]。

5　終わりに

はじめにも述べたが、LSS は観測の向上により急速に発展しつつある分野であり、今後もこの流れは当分続くと思われる。また銀河形成の解明に向けて、国内でその機運が高まっているところでもある。多くの皆さんの積極的な参加を期待しております。

参考文献

[1] Geller, M. & Huchra, J.P., 1989, Science, 246, 897

[2] 土居守、1996, パリティ、No.1, 63,　太田耕司、1996, 天文月報、89,277(7 月号)

[3] 岡村定矩、土居守、1995, 日本物理学会誌、50,168, 浜部勝、岡村定矩、土居守、1995, 天文月報、88,341(8 月号)

[4] Peebles, P.J.E., 1993, “Principles of Physical Cosmology”; 1980, “The Large-Scale Structure of the Universe”(Princeton Univ. Press), Padmanabhan, T., 1993, “Structure formation in the universe”(Cambridge Univ. Press), Coles, P. & Lucchin, F., 1995, “Cosmology The Origin and Evolution of Cosmic Structure”, 佐藤文隆、1995、「宇宙物理」(岩波、現代の物理学シリーズ)

[5] Peebles, P.J.E., 1993, “Principles of Physical Cosmology”(Princeton Univ. Press)§25

[6] Bardeen, J.M., Bond, J.R., Kaiser, N. & Szaley, A.S., 1986, ApJ, 304, 15

[7] Davis, M. & Peebles, P.J.E., 1977, ApJS, 34, 425

[8] Press, W.H. & Schechter, P, 1974, ApJ, 187, 425

[9] 例えば、Bond, J.R., Cole, S., Efstathiou, G. & Kaiser, N., 1991, ApJ, 379, 440, Monaco, P., 1996, preprint(astro-ph/9606027, astro-ph/9606029), 手前味噌ですが Yano, T., Nagashima, M. & Gouda, N., 1996, ApJ in press (to appear in July 20)　などなど。

[10] Bower, 1991, MNRAS, 248, 332, Lacey, C.G. & Cole, S., 1993, MNRAS, 262, 627, Kauffman, G. & White, S.D.M., 1993, MNRAS, 261, 921, などなど。

[11] Ostriker, J.P. & Cen, R., 1996, ApJ, 464, 27, and reference therein

[12] Zel’dovich, Ya.B., 1970, Astrofizika, 6, 319(英語への翻訳が 1973, Astrophysics, 6, 164)

[13] Buchert, T., 1989, A& A, 223, 9, などなど。

[14] Suto, Y., 1993, PTP, 90, 1173

[15] Gouda, N. & Nakamura, T., 1988, PTP, 79, 765

[16] Peebles, P.J.E., 1969, ApJ, 155, 393, White, S.D.M., 1984, ApJ, 286,38, Barns, J. & Efstathiou, G., 1987, ApJ, 319, 575, Eisenstein, D.J. & Loeb, A., 1995, ApJ, 443, 11, Steinmetz, M. & Bartelman, M., 1995, MNRAS, 272, 570, などなど。

[17] Cole, S. & Kaiser, N., 1988, MNRAS, 233, 637, Kauffman, G. & White, S.D.M., 1993, MNRAS, 261, 921, Rodrigues & Thomas, preprint(astro-ph/9511018)

[18] Cole, S., Aragon-Salamanca, A., Frenk, C.S., Navarro, J.F. & Zepf, S.E., 1994, MNRAS, 271, 781, 1994, MNRAS, Kauffman, G., White, S.D.M. & Guiderdoni, B., 1993, MNRAS, 264, 201

[19] Kaiser, N., 1987, MNRAS, 227, 1

[20] Fisher, K. & Nusser, A., 1996, MNRAS, 279, L1, Hamilton, A.J.S. & Culhane, M., 1996, MNRAS, 278, 73, など。

[21] Bertchinger, E. & Dekel, A., 1989, ApJ, 336, L5, Dekel, A., Bertchinger, E. & Faber, S.M., 1990, ApJ, 364, 349, Dekel, A., 1994, ARAA, 32, 371, など。

[22] Hamilton, A.J.S., Gott, R. & Weinberg, D., 1986, ApJ, 309, 12, Matsubara, T. & Suto, Y., 1996, ApJ, 463, 409, 松原隆彦、1996, 日本物理学会誌、51,266, などなど。

[23] Peacock, J.A. & Dodds, 1994, MNRAS, 267, 1020