

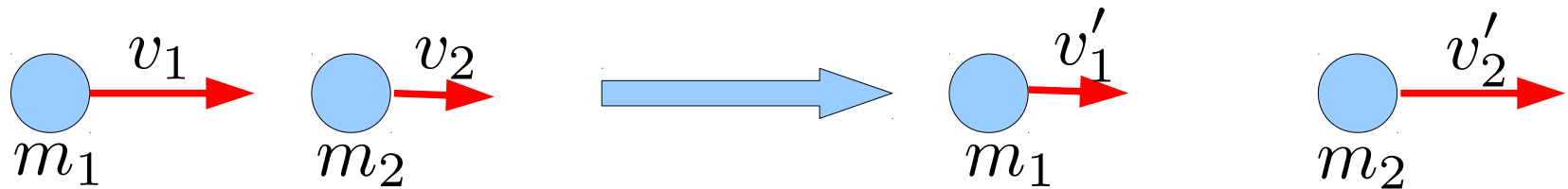
エネルギーと運動量

エネルギー

- 物理学の「エネルギー」には明確な定義
- 次元： $[M L^2 T^{-2}]$, SI単位系だと $[J]=[kg m^2 s^{-2}]=[N m]$
- $[N m]$ ということは、力×長さ、でもある→「仕事」
- 日常生活でよく出てくるエネルギーの単位： $[cal]$
- $1 cal=4.2J$

作用反作用の法則

- 宇宙でどうなっているか <http://www.youtube.com/watch?v=JtyY3PII7v8>
- 運動方程式 $ma = F$ 、加速度 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
- 二つの物体(m_1, m_2)が衝突するとき $m_1 a_1 = F, m_2 a_2 = -F$



$$m_1 a_1 + m_2 a_2 = 0 \longrightarrow m_1 \frac{\Delta v_1}{\Delta t} + m_2 \frac{\Delta v_2}{\Delta t} = 0$$

$$m_1 \Delta v_1 + m_2 \Delta v_2 = 0$$

$$m_1 (v'_1 - v_1) + m_2 (v'_2 - v_2) = 0$$

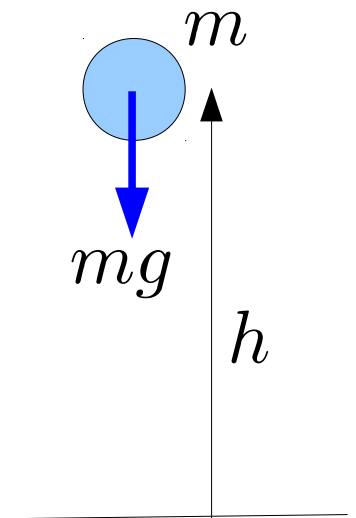
$$m_1 v'_1 + m_2 v'_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

運動量
 mv

- 全運動量は常に一定(運動量の保存則)

位置エネルギー

- 高さ h にある質量 m の物体は、位置エネルギー mgh を持つ
 - ▶ 力 mg で h だけ引っ張り上げた、つまりそれだけのエネルギーを投入したため
- 仕事 $W = F\Delta x = mgh$
- された仕事の量=増えたエネルギーの量
- より正確な定義： $W = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$
 - ▶ 力が変化しても扱える



運動エネルギー

- 仕事： $W = F \Delta x = ma \Delta x = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \Delta x$
- 速さ： $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
- これより、 $m \frac{\Delta v}{\Delta t} \Delta x = m \frac{\Delta x}{\Delta t} \Delta v = mv \Delta v$
- Δ がそもそも微分に相当することを考えると、

$$mv \Delta v = m \Delta \left(\frac{1}{2} v^2 \right)$$

$$F \Delta x = m \Delta \left(\frac{1}{2} v^2 \right)$$

運動エネルギー

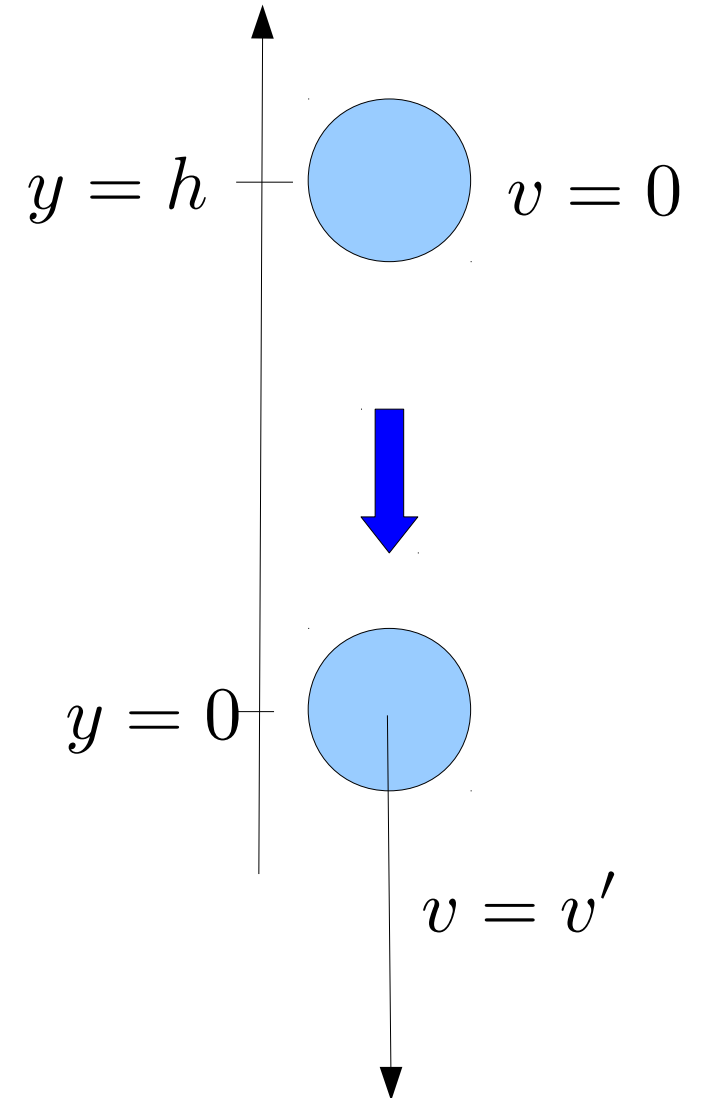
$$\frac{1}{2} m v^2$$

落下

- 最初の全エネルギー=最後の全エネルギー

$$mgh = \frac{1}{2}mv'^2$$

$$\therefore v' = \sqrt{2gh}$$



落下

- 重力によってする仕事=位置エネルギーを失う

$$W = -mg\Delta x$$

$$-mg\Delta x = m\Delta \left(\frac{1}{2}v^2 \right)$$

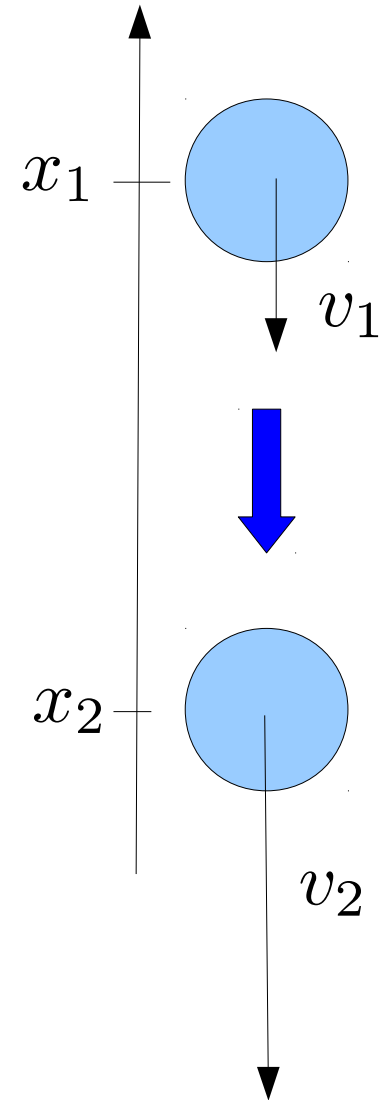
$$mg(x_2 - x_1) = m \left(\frac{1}{2}v_2^2 - \frac{1}{2}v_1^2 \right)$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 + mgx_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgx_1$$

- 最初に速度0、高さ h とすると、

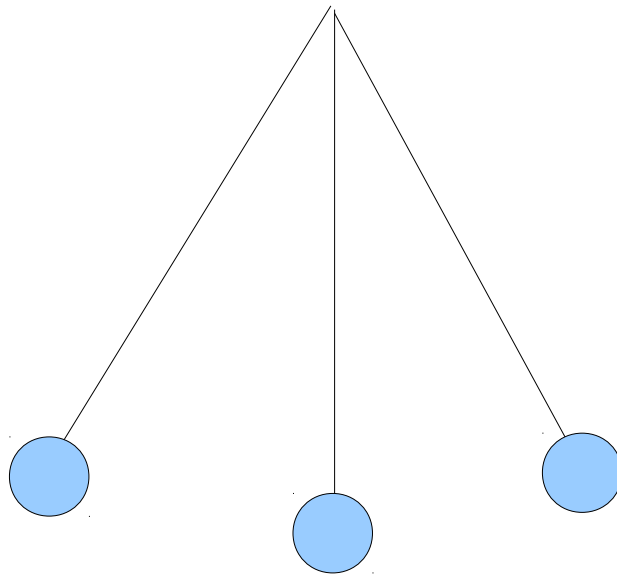
$$v_1 = 0, x_1 = h, x_2 = 0$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = mgh \quad v_2 = \sqrt{2gh}$$



落下

- 重力によってする仕事=位置エネルギーを失う=運動エネルギーの獲得
- つまり、「失なった位置エネルギー」 = 「獲得した運動エネルギー」
- 逆もある。「得た位置エネルギー(上昇)」 = 「失なった運動エネルギー」
- 「位置エネルギー+運動エネルギー」は常に一定



ボールの運動

- よく跳ねるボール(「弾性衝突」)
 - ▶ 手を離れた高さまで戻ってくる
- あまり跳ねないボール(「非弾性衝突」)
 - ▶ 低い位置までしか上がってこない
 - ▶ 失なったエネルギー…熱に変わった

水

- 水1 [g]を1 [°C]上昇させるのに必要なエネルギー(熱量)
 - ▶ 1 [cal]=4.2[J]
- 10[g]のボールを1 [m]持ち上げたときの位置エネルギー
 - ▶ $mgh=0.01 \text{ [kg]} \times 9.8 \text{ [m/s}^2\text{]} \times 1 \text{ [m]}=0.098 \text{ [J]}$ (約0.1 J)
 - ▶ たいしたエネルギーではない
- 10[kg]の岩を1 [km]の高さから落下させると…
 - ▶ $10 \text{ [kg]} \times 9.8 \text{ [m/s}^2\text{]} \times 1000 \text{ [m]}=98 \text{ [kJ]}$ (約100kJ)
 - ▶ これは約23000[cal]、つまり230[g]の0°Cの水を沸騰させられる

エネルギーと運動量

- 運動方程式を時間で積分すると運動量
- 運動方程式を移動量(長さ)で積分するとエネルギー
- エネルギーも運動量も、それぞれの総和が「変化」の前後で保存する(一定の値を保つ)
 - ▶ 何がどう変化したかを理解するためには、基準となる変化しないものが必要

落下によるエネルギー

- 体重60kgwの人が1m飛び降りる：
 $60\text{kg} \times g \times 1\text{m} = (60 \times 9.8)\text{J} = 588\text{J} = 140\text{cal} = 0.14\text{kcal}$
- 一日に必要な摂取量：約2000kcal
 - ▶ 14km縦に登ると消費するエネルギー
 - ▶ 100kcalの摂取～700m登ると消費
- もちろん熱になる分が大量にあるため実際はもっと消費できる
- 寝ているだけでもエネルギーは消費する。
 - ▶ 恒温動物!

電気のエネルギー

- 電力=電圧×電流…単位時間にする仕事
- 「1秒あたり何ジュールか」=[W]
- エネルギー=仕事=電力×時間
 - ▶ a[W]の電力をt[h]使った…at[Wh]（「ワット時」）
 - ▶ 1[Wh]=1[J/s]×3600[s]=3600[J]=3.6[kJ]
 - ▶ 30[W]の蛍光灯を1時間つけっぱなしにすると、30[Wh]=30×3.6=108[kJ]消費
 - ▶ 1[kWh]あたり19円43銭とすると、0.58円
 - ▶ しかし、10[kg]の岩を1[km]持ち上げるのとほぼ同じエネルギー

保存則が成り立っているか？

- 「すっとびボール」
- 「ガウス加速器」